Université Joseph Fourier
IUFM de Grenoble
MES – M1 – Maths
H. Chaachoua

FICHES DE REMISE A NIVEAU

CALCUL NUMERIQUE

Table des matières

Ces fiches proposent des rappels de cours sur les règles de calcul numériques. Certains exercices seront réalisés dans le logiciel Aplusix.

Fiche CN.1 : PUISSANCES

Définition :

Soit a un nombre et n un entier naturel non nul. On a : $a^n = a \times a \times a \times .... \times a$ (n fois)

Par convention : $a^0 = 1$ (pour a non nul)

Pour a non nul on a : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Attention : 0^0 n'existe pas

Exercice 1 : (en séance)

Calculer : -3^2 ; $(-3)^2$; 3^2 ; 3^{-2} ; 3^0 : 2^1 ; 2^{-1} ; 10^2 ;

<u>2. Cas particulier :</u>

$10^0 = 1$ $\quad 10^1 = 10$ $\quad 10^2 = 100$ $\quad 10^3 = 1000$

$10^{-1} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$ $\quad 10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = 0{,}01$ $\quad 10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = 0{,}001$

<u>3. Propriétés :</u>

Formule	Exemple	Remarque
$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$\left(2^3\right)^4 = 2^{3\times4} = 2^{12}$	
$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$	Formules avec le même nombre a
$\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ ($a \neq 0$)	$\dfrac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$	
$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$7^3 \times 2^3 = (7 \times 2)^3 = 14^3$	Formules avec le même exposant
$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ ($b \neq 0$)	$\dfrac{7^3}{2^3} = \left(\dfrac{7}{2}\right)^3$	
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$ ($a \neq 0, b \neq 0$)	$\left(\dfrac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\dfrac{3}{5}\right)^2$	On prend l'inverse

<u>Exercice 2 :</u> Ouvrir dans Aplusix le fichier « Puissance1.exo »

<u>Exercice 3 :</u> Ouvrir dans Aplusix le fichier « Puissance2.exo »

Fiche CN.2 : Fractions

Attention ! Une fraction $\frac{a}{b}$ avec a ; b nombres quelconques n'a un sens que lorsque b $\neq$ 0

1. Simplifications :

Pour a, b, c nombres tels que b $\neq$ 0 et c $\neq$ 0 on a : $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$.

Exemples : $\frac{14}{8} = \frac{2 \times 7}{2 \times 4} = \frac{7}{4}$ $\qquad \frac{42a^2}{24a} = \frac{42a}{24} = \frac{2 \times 21 \times a}{2 \times 12} = \frac{21 \times a}{12} = \frac{3 \times 7 \times a}{3 \times 4} = \frac{7a}{4}$

Attention ! $\frac{2x-4}{2}$ ne donne pas $x-4$ en simplifiant par 2 car 2 ne se met pas en facteur de tout le numérateur. On a : $\frac{2x-4}{2} = \frac{2(x-2)}{2} = x-2$.

Exercice 1 : (en séance)

Simplifier au mieux les fractions suivantes : $\frac{84}{222}, \frac{17}{1415}, \frac{2x}{x^2} (x \neq 0), \frac{4x-8}{4}$

2. Comparaisons :

Pour comparer deux fractions, on peut chercher des valeurs approchées ou réduire au même dénominateur.

Exercice 2 : (en séance)

Comparer : $-\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{9}$; $-\frac{2}{5}$ et $-\frac{3}{9}$; $-\frac{1}{3}$ et 0,4 ; $-\frac{2}{3}$ et $-0{,}1$.

3. Somme et différence de deux fractions :

Pour a, b, c, d nombres tels que b $\neq$ 0 et d $\neq$ 0 on a : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$.

Exemple : $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 + 3 \times 5}{5 \times 4} = \frac{8+15}{20} = \frac{23}{20}$

4. Produit de deux fractions :

Pour a, b, c, d nombres tels que b $\neq$ 0 et d $\neq$ 0 on a : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Ne jamais effectuer les produits dans $\frac{a \times c}{b \times d}$ avant d'avoir cherché à simplifier.

Exemple : $\frac{6}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{6 \times 15}{5 \times 4} = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2}$

5. Quotient de deux fractions :

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse.

Pour a, b, c, d nombres tels que b $\neq$ 0 et d $\neq$ 0 on a : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$.

Exemple : $\frac{6}{5} \div \frac{15}{4} = \frac{6}{5} \times \frac{4}{15} = \frac{6 \times 4}{5 \times 15} = \frac{2 \times 4}{5 \times 5} = \frac{8}{25}$

Exercice 3 : (en séance) Déterminer les opposés et les inverses des nombres suivants : $-\frac{8}{5}$; $\frac{1}{7}$.

Exercice 4 : Ouvrir dans Aplusix le fichier « Fractions1.exo »

.

Exercices complémentaires : Aplusix / Carte d'exercices / calcul numériques / familles : 3.1 à 3.8.

Fiche CN.3 : Radicaux et racines carrées

Définition :

Soit a un nombre positif. $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif dont le carré est a.
(on admet son existence et son unicité)

Exemples :

$\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 9$ $\quad \sqrt{0} = 0 \quad \sqrt{1} = 1$

Attention : $\sqrt{-2}$ n'existe pas

$\sqrt{9}$ est un entier ; $\sqrt{0,01}$ est un décimal ; $\sqrt{2}$ est un irrationnel

Propriétés

1) Si $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$
Si $a = 0$, l'équation $x^2 = 0$ admet une solution : 0
Si $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

2) Si $a \geq 0$ alors $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$

3) Si a et b sont deux nombres positifs alors on a :

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (si b est non nul)

Exercice 1 : (en séance) Résoudre les équations suivantes : $x^2 = 0$; $x^2 = 4$; $x^2 = 3$; $x^2 = -3$.

Exercice 2 : (en séance) Simplifier au mieux $\sqrt{700}$; $\sqrt{80}$; $\sqrt{245}$; $\sqrt{147} - \sqrt{56} + 2\sqrt{12} - 3\sqrt{14}$.

Exercice 3 : Ouvrir dans Aplusix « Radicaux1.exo »
.

Exercices complémentaires : Aplusix / Carte d'exercices / Calcul numérique / familles : 4.1 à 4.4.